不動産流通経営協会研究助成報告書

景観と住宅立地の経済学的基礎

高橋孝明

東京大学　空間情報科学研究センター　教授

2014年5月

要旨

本研究では、消費者の効用が住宅地の景観に依存して決まる場合に、均衡の住宅の大きさと賃料がどのような水準になるかを分析する。主要な結果は、消費者の選択が景観に非対称的な影響を及ぼすときには、複数均衡が生じる可能性があるということである。どのような条件のもとで複数均衡が生じるかを明らかにし、その含意を解明する。

1　はじめに

都市の特徴の一つは、その内部の空間構造が多様であることである。伝統的な都市経済学では、都心からの距離による違いを重要視してきた。とくに、都心から離れるにしたがって規則的に土地利用が変化し、地代が下落していく点が主要な関心事であった。ところが、現実の都市においては、都心からの距離はそれほど違わなくても、土地利用や地代・地価が大きく異なっているケースが散見される。住宅地を例にとると、都心から同じように離れたところに、広い一戸建て住宅の並ぶ高級住宅地と、狭小な賃貸アパートが密集する住宅地の両方が存在する事態が珍しくないのである。たとえば東京の場合、田園調布や松濤、成城といった高級住宅地と都心からの距離が同じような地区に、木造の密集市街地が広がっている。場合によっては、隣り合った二つの住宅地がまったく異なった様相を呈していることもある。

例として、名古屋都市圏のデータを見てみよう。表 1 は、民間の賃貸アパートと一戸建てについて、床面積 1 平方メートルあたりの賃料の平均値と標準偏差、変動係数を都心からの距離帯別にまとめたものである [1]。ここから、同じ距離帯でも、賃料に大きな差があることがわかる。

表 1: 名古屋都市圏における民間アパートおよび一戸建ての賃料

都心からの距離 (km)	標本数	平均 (円/m^2)	標準偏差 (円/m^2)	変動係数
0-10	317,800	1671.73	775.41	0.464
10-20	170,200	1366.35	585.29	0.428
20-30	127,500	1263.51	546.26	0.432
30-40	151,500	1252.71	543,70	0.434
40-50	31,300	1216.85	543.41	0.447

出典: 総務省統計局『住宅土地調査』(2003) より筆者作成

これまでの都市経済学の理論でこういった現象を説明することはそれほど簡単なことではない。都市経済学では、住宅地の構造の違いを、住宅地に居住する消費者の所得の違いに求めることが多い。たとえば、都市経済学の標準的な内容である都市内住宅立地理論（Alonso-Mills-Muth モデル）を考えてみよう。もっとも基本的な状況として、高所得者層と低所得者層の二種類の消費者がいる場合に議論を限定し、それぞれの所得者層が単一中心都市のどこに立地するかを検討する。理論モデルの

[1] データは総務省統計局 (2003) のデータに基づく。元のデータは賃料を 18 階級に区分したものだが、ここではそれぞれの階級の中央値を賃料として計算した。

結論は、通勤距離の変化に応じて通勤費用がどう変わるかが二つの所得者層の間であまり違わない限り、高所得者層が郊外に立地し低所得者層が都市の内側に立地する、ということである。その結果、郊外には一戸一戸の敷地が広い住宅地が広がり、都市の内側には小さな住宅が密集することになる。ここで問題にしたいのは、郊外に立地するのが低所得者層でなく高所得者層であるという結論ということでは ない。実際、たとえば前提となっている通勤費用の性質を変えれば、低所得者層が郊外に立地するような結論を導くことが可能である。問題にしたいのは、この分析枠組みにのっとって考える限り、高所得者層と低所得者層の立地する地点は空間的に分離するということである。確かに、これはアメリカの都市の空間構造とはあまり矛盾しない。アメリカの都市は、良好な住環境の郊外住宅地と劣悪な住環境の都心近くの住宅地に二分されることが多い。ところが、日本の場合、事情は異なる。先に述べたように、都心からの距離がそれほど違わない位置に、良好な環境の住宅地とそうでない住宅地が両方存在することがしばしば観察されるのである。

本研究の目的は、このように住環境の異なる住宅地が都心から同じような距離の場所に立地することを、住環境、とくに景観、の役割に着目して解き明かすことである。これまで、住環境が消費者の立地の選択に大きな影響を与えることは、数多くの研究によって示されてきた（たとえば、Rosen (1979)、Roback (1982)、Bartik and Smith (1987)、Papageorgiou and Pines (1999)、そして Cho (2001) を見よ）。住環境の良好な住宅地はより多くの需要を引きつけ地価が高くなり、住環境の良くない住宅地はそれほど需要を引きつけることができないために地価が低くなる。消費者は、地価が高いが住環境の良い住宅地と、地価は低いが住環境が良くない住宅地のどちらかを選択することになり、その結果、良好な住環境の住宅地と劣悪な住環境の住宅地のどちらかの住宅地が出現するのである。つまり、住環境の良い住宅地が現れる状況と住環境の良くない住宅地が現れる状況は、複数均衡の結果として捉えられる のである。

より具体的に述べると、単純な Aloso-Mills-Muth の住宅立地理論に住環境の要素として景観アメニティを加え、それを拡張した。景観アメニティは近隣の消費者による選択の結果決まる。また、消費者は、自分の選択が近隣の景観アメニティにどのような影響を及ぼすかを考えた上で意思決定を行う。主要な結論は、複数均衡が生じるかどうかは、景観アメニティの特性に依存するということである。この点を理解するために、近隣の消費者が皆同量の住宅・土地を消費しているとしよう。そして一人の消費者が住宅・土地の消費量を 1 単位変化させたとする。もし、住宅・土地の消費量を 1 単位増やしたときの景観アメニティの増加分が、住宅・土地の消費量を 1 単位減らしたときの景観アメニティの下落分に等しい場合、景観アメニティは「対称的」である。このときには、複数均衡は現れない。ところが、景観アメニティが「非対称的」で、しかも前者（景観アメニティの増加分）が後者（景観アメニティの下落分）を下回る場合には、複数の均衡が存在することになる。そのとき、

住宅・土地の広さとその価格はある幅をもった範囲の中で均衡になりうるのである。

このような複数均衡の一つの含意は、都心からの距離に対して地代がどのように変化するかを表す曲線が、部分的に正の傾きをもつ可能性があることである。この可能性は、往年、Richardson (1977) や Grieson and Murray (1981)、Tauchen (1981) が議論してきたものである。また、複数均衡の結論は、次の点で通常の都市経済学の結論と一線を画す。第一は、住宅地の景観が良くなるか悪くなるかは、必ずしも与件の違いによるとは限らず、経済主体の行動の結果、「偶然」決まることである。このことは、先験的には住宅地の特性が同じだとしても、それが景観の良い住宅地になることもあれば、景観の悪い住宅地になることもあるということを含意する。これに対し、これまでの景観の分析においては、たとえば公園や緑地が存在するといった与件の違いが景観の良し悪しを決定すると考える場合が多かった。 さらに、多くの研究において、公園や緑地は政府によって供給される公共財であると考えられてきた。その場合、政府の政策が住宅地の景観の良し悪しを決定することになる。われわれの視点はそれと大きく異なる。第二は、仮に消費者が同質だとしても、景観の良い住宅地と景観の良くない住宅地が生まれる可能性があることである。先に述べた標準的な都市内住宅立地理論では、消費者の所得が異なっていないと、景観の良い住宅地と景観の良くない住宅地が生まれることを説明できない。

論文の構成は以下の通りである。はじめに、基本的な分析枠組みを説明する。とくに、景観の要素をどのようにとらえるか、そしてそれが消費者の効用にどのような影響を与えるか、議論する。次いで、均衡を求める。複数均衡が、どのような条件のもとで現れ、どのような条件のもとで現れないかを明らかにする。最後に、結語を述べる。

なお、この論文は、Takahashi (2013) にまとめたものと同じ枠組みに基づく。詳細については、そちらを参照されたい。

2　基本的枠組み

均質な空間に存在する単一中心都市を考える。この都市は無数の小さな地区から成るものとする。都市の消費者は都心で働き、所与の額、w の賃金を得る。都心から d の距離に住む消費者は $t(d)$ の通勤費用を支払う。ここで、 $t(\cdot)$ の微分を $t'(\cdot)$ で表す。（他の変数についても、同様の表記法を用いる。）$t'(d) > 0$ であると仮定する。消費者は賃金以外の所得を得ていないとする。つまり、住宅や土地を保有することがなく、賃料や地代はすべて不在地主が受け取る。結果として、消費者の純所得は、$y(d) \equiv w - t(d)$ に等しくなる。

消費者は「住宅」と合成財を消費する。ここで、「住宅」は住居とそれの建てられる土地区画を含む。住居や土地の特性を一つの変数 x でまとめて表すことにする。x は、その値が大きいほど、より良質な特性を表す。ここでは、それを住宅の広さと解釈することにする。

消費者の効用は、居住する住宅の大きさと合成財の量だけでなく、近隣の住環境にも依存する。消費者 i の効用を、$u(x_i, z_i, a)$ で表すことにする。ここで、x_i と z_i はこの消費者の消費する住宅と合成財の量を、a は近隣の住環境の良さ（あるいは「アメニティ」の量）を表す。この効用関数は、それぞれの変数について増加関数であると仮定する。（このことは、より高い a ほどより良い環境に対応することを意味する。）

ここで、住環境が近隣の住宅の大きさに依存して決まる場合に注意を集中させよう。典型的な例は、景観というアメニティである。大きな住宅が整然と並ぶ住宅地は良好な景観を生み出し、居住者の効用を増大させる。このような場合には、住環境の水準を、それぞれの住宅の大きさの関数として $a(x_1, x_2, ..., x_n)$ と表すことができる。ただし、n は近隣における消費者の数である。$a(\cdot)$ は、それぞれの変数に関して、連続な非減少関数であるとする（つまり、ある住宅がより大きくてそれ以外の住宅の大きさが変わらない場合、住環境（景観）は悪くならない）。

ここで、住環境の関数は、$j \neq i$ であるような $x_i = x_j$ において、非連続になる可能性があると考える。たとえば、周りの住宅よりもほんのわずかみすぼらしい住宅があることで住環境は大きく損なわれることがあるのに対し、周りの住宅よりもほんのわずか豪勢な住宅があっても、住環境はそれほど良くならない状況である。この場合、消費者は、損失をそれと等価の収益より過大に評価している。これは、行動経済学におけるもっとも重要な知見の一つである、「損失回避」（loss aversion）の行動である[2]。損失回避行動のもとでは、$a(\cdot)$ の左方微分が右方微分を上回ることになる。なお、逆に左方微分が右方微分を下回る場合については、これ以上議論しない。それは、そのような「収益回避」の行動が現実にほとんど見られないだけでなく、その場合には均衡が存在しなくなるからである（これについてはまた後ほどふれる）。それゆえ、ここでは、

$$\lim_{x_i \to x_j^-} a_i(x_1, ..., x_n) \geq \lim_{x_i \to x_j^+} a_i(x_1, ..., x_n) \tag{1}$$

であるような場合を考える。ここで、a_i は $a(\cdot)$ を i 番目の変数で偏微分したものである。（他の変数についても、同様の表記法を用いる。）

以下の分析では、すべての消費者が同じ大きさの住宅を消費するような対称均衡に議論を限定する。したがって、近隣の住宅の広さがすべて x^0 であるときの、消費者 1 の意思決定を考えれば良い。

[2] この点は、主に、Kahneman and Tversky (1979) や Tversky and Kahneman (1992) に始まるプロスペクト理論で議論されてきた。まとめたものとして、.Starmer (2000) を参照されたい。

このとき、住環境の関数は、$a(x,\underbrace{x^0,\cdots,x^0}_{n-1}) \equiv \alpha(x,x^0)$ と書ける。$a(\cdot)$ はそれぞれの変数について非減少関数なので、$\alpha(\cdot)$ もまた非減少関数である。さらに、上述した $a(\cdot)$ の微分可能性に関する仮定より、$\alpha(x,x^0)$ は、$x \neq x^0$ であるどのような x においても微分可能であるが、$x = x^0$ においては微分可能でない可能性がある。もし住環境の関数が (1) 式を満たすのであれば、次の不等式が成立する。

$$\lim_{x \to x^{0-}} \alpha_1(x,x^0) \geq \lim_{x \to x^{0+}} \alpha_1(x,x^0) \tag{2}$$

ここで、住環境の関数に関して、いくつかの仮定をおこう。すべての消費者が同じ大きさの住宅を消費する場合、住環境の水準は、$\alpha(x,x) \equiv A(x)$ で与えられる。第一の仮定は、$A(\cdot)$ が微分可能である、すなわち、どのような x^0 に対しても、

$$\lim_{x \to x^{0-}} \alpha_1(x,x^0) + \lim_{x \to x^{0+}} \alpha_2(x^0,x) = \lim_{x \to x^{0+}} \alpha_1(x,x^0) + \lim_{x \to x^{0-}} \alpha_2(x^0,x) = A'(x^0) \tag{3}$$

が成立することである。$\alpha(\cdot)$ はそれぞれの変数について非減少関数なので、$A(\cdot)$ もまた非減少関数である。第二に、$\lim_{x \to x^{0-}} \alpha_1(x,x^0)$ と $\lim_{x \to x^{0+}} \alpha_1(x,x^0)$ は微分可能であると仮定する。最後に、$\alpha(x,x^0)$ は、x に関して凹関数であり、$\alpha_{11} \leq 0$ が成立するとする。

基本的枠組みの説明を終える前に、住環境の関数の例を二つ見ることにしよう。

例 1

基本ケースとして、次のような住環境の関数を考える。

$$a(x_1,...,x_n) = f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \Big/ n\right) \tag{4}$$

ここで、$f(\cdot)$ は微分可能な増加関数でかつ凹関数であるとする。この例では、住環境の水準が近隣の住宅の平均的な大きさによって決まることになる。このような住環境関数を、「平均値型」住環境関数とよぶことにする。この関数はそれぞれの x_i に関して微分可能である。すなわち、$j \neq i$ であるような $i = 1,...,n$ と $j = 1,...,n$ について、$\lim_{x_i \to x_j^-} a_i(x_1,...,x_n) = \lim_{x_i \to x_j^+} a_i(x_1,...,x_n) = \frac{1}{n} f'\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \Big/ n\right)$ となる。また、$x^{AVE} \equiv \left[x + (n-1)x^0\right]/n$ とすると、$\alpha(x,x^0) = f\left(x^{AVE}\right)$ となる。したがって、$\lim_{x \to x^{0-}} \alpha_1(x,x^0) = \lim_{x \to x^{0+}} \alpha_1(x,x^0) = f'(x^0)/n$ である。さらに、$A(x) = f(x)$ となるが、仮定より、これは、どのような x についても微分可能な増加関数でかつ凹関数である。最後に、$\alpha_{11}(x,x^0) = f''(x^{AVE})/n^2 \leq 0$ である。

例 2

次に、この論文の独自性を示す例に移る。住環境関数は、

$$a(x_1,...,x_n) = g\left(\min[x_1,...,x_n]\right) \tag{5}$$

で与えられる。ここで、$g(\cdot)$ は微分可能な増加関数で、かつ凹関数である。この例では、住環境の水準が近隣における最も小さい住宅の大きさによって決まると考えられている。このタイプの住環境関数を、「最小値型」住環境関数とよぶことにする。これについて、いくつか補足する。第一に、$m_{-i} \equiv \min[x_1, ..., x_{i-1}, x_{i+1}, ..., x_n]$ としよう。すると、$a_i(x_1, ..., x_n)$ は、もし $x_i < m_{-i}$ であれば $g'(x_i) > 0$ に等しくなり、もし $x_i > m_{-i}$ であれば 0 に等しくなる。したがって、

$$\lim_{x_i \to m_{-i}^-} a_i(x_1, ..., x_n) = g'(x_i) > 0 = \lim_{x_i \to m_{-i}^+} a_i(x_1, ..., x_n) \tag{6}$$

が成立し、(1) 式は満たされる。第二に、$\alpha(x, x^0) = g\big(\min[x, x^0]\big)$ なので、$\alpha_1(x, x^0)$ は、もし $x < x^0$ であれば $g'(x)$ に等しくなり、もし $x > x^0$ であれば 0 に等しくなる。ゆえに、

$$\lim_{x \to x^{0-}} \alpha_1(x, x^0) = g'(x^0) > 0 = \lim_{x \to x^{0+}} \alpha_1(x, x^0) \tag{7}$$

である。第三に、$A(x) = g(x)$ である。したがって、$A(x)$ はどのような x においても微分可能な増加関数でかつ凹関数である。最後に、$\alpha_{11}(x, x^0) \leq 0$ である。これは、$\alpha_{11}(x, x^0)$ が、もし $x < x^0$ であれば $g''(x)$ に等しく、もし $x > x^0$ であれば 0 に等しいからである。

さて、基本的枠組みの説明を続けよう。r を住宅の賃料とし、合成財をニューメレールと仮定する。都心から d だけ離れたところに住む i 番目の消費者の予算制約式は、

$$rx_i + z_i = y(d) \tag{8}$$

によって与えられる。

最後に、消費者が都市内の地区間で転居するにはコストがかからないものとする。また、小開放都市を考える。このとき、消費者の得る効用の水準は一定で所与である。それを、$\bar{u}$ で表す。

3 均衡

分析を対称的な均衡に限定しているので、効用関数は $v(x, x^0, r) \equiv u\Big(x,\ y(d) - rx,\ \alpha(x, x^0)\Big)$ と書くことができる。ナッシュ均衡は、次の条件を満たすペア (x^*, r^*) である。

$$v(x^*, x^*, r^*) \geq v(x, x^*, r^*) \tag{9}$$

がすべての $x \geq 0$ について成立し、

$$v(x^*, x^*, r^*) = \bar{u} \tag{10}$$

である。最初の条件は、それぞれの消費者が近隣住民の選択を所与として、自分の効用を最大化するよう住宅の大きさを選択することを言っている。二番目の条件は、結果として得られる効用が、経済

全体で消費者が得ることになる効用に等しいことを表している。ここで、それぞれの消費者が、近隣住民の選択が住環境に及ぼす影響だけでなく、自分自身の選択が住環境に及ぼす影響も考慮することに注意されたい。過去の研究では後者の影響は無視されており、この点で、本研究は過去の研究と異なっている。

まず、$\alpha(x, x^0)$ は $x \neq x^0$ において微分可能であるので、

$$v_1(x, x^0, r) = u_x - ru_z + u_a\alpha_1(x, x^0) \quad \text{for } \ x \neq x^0 \tag{11}$$

が成立する。ここで、u_x と u_z、u_a は、それぞれ、$(x, z, a) = \big(x,\ y(d) - rx,\ \alpha(x, x^0)\big)$ で評価した、x、z、a に関する $u(x, z, a)$ の偏微分を表す。不必要な煩雑さを避けるため、$x \neq x^0$ である限り、関数 $v(x, x^0, r)$ は x について強い凹関数であると仮定する。言い換えると、第一変数についての $v_1(x, x^0, r)$ の偏微分、$v_{11}(x, x^0, r)$ について、次の仮定を課す。

仮定 1

すべての $x \neq x^0$ に対して、$v_{11}(x, x^0, r) < 0$ である。

この仮定は、自分の住宅消費量の変化が住環境に及ぼす影響を考慮に入れたときに、住宅消費の限界効用が、住宅が大きいときほど小さくなることを表す。

一方、$x = x^0$ に対しては、左方微分と右方微分を区別する必要がある。すなわち、

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \to x^{0-}} v_1(x, x^0, r) = u_x - ru_z + u_a \lim\limits_{x \to x^{0-}} \alpha_1(x, x^0) \equiv \lambda(x^0) \\ \lim\limits_{x \to x^{0+}} v_1(x, x^0, r) = u_x - ru_z + u_a \lim\limits_{x \to x^{0+}} \alpha_1(x, x^0) \equiv \mu(x^0) \end{cases} \tag{12}$$

である。ここで、u_x、u_z、u_a は、どれも $(x, z, a) = \big(x^0, y(d) - rx^0, \alpha(x^0, x^0)\big)$ で評価されている。（$\lambda(\cdot)$ と $\mu(\cdot)$ は r に依存するが、説明を明確にするために、r を省略して書いている。）

さて、(9) 式で表される効用最大化問題を考えよう。$v(x, x^0, r)$ はどのような $x \neq x^0$ においても微分可能で強い凹関数なので、効用最大化の必要十分条件は、どのような $x < x^*$ に対しても $v_1(x, x^*, r) > 0$ が成立し、どのような $x > x^*$ に対しても $v_1(x, x^*, r) < 0$ が成立することである。これらの条件は、

$$\lambda(x^*) \geq 0 \quad \text{and} \quad \mu(x^*) \leq 0 \tag{13}$$

であるとき、そしてそのときのみ満たされる。先に、もし (1) 式が満たされないのであれば、均衡は存在しないと述べた。ここでこのことを確かめることができる。(1) 式が満たされないときには (2) 式も成立しない。しかし、もし (2) 式が成立しないのであれば、どのような x^0 に対しても $\lambda(x^0) < \mu(x^0)$ であり、 (13) 式を満たすような x^* は存在しないことになる。

さて、解の特徴を調べるために、$\lambda(\cdot)$ の微分を求めよう。

$$\begin{aligned}
\lambda'(x^0) &= \lim_{x \to x^{0-}} v_{11}(x, x^0) + \lim_{x \to x^{0-}} v_{12}(x, x^0) \\
&= \lim_{x \to x^{0-}} v_{11}(x, x^0) + \lim_{x \to x^{0-}} \alpha_2(x, x^0) \cdot \lim_{x \to x^{0-}} \omega^a(x, x^0) + u_a \lim_{x \to x^{0-}} \alpha_{12}(x, x^0)
\end{aligned} \tag{14}$$

ここで、$\omega^k(x, x^0) \equiv u_{xk} - r u_{zk} + u_{ak}\alpha_1(x, x^0)$ である（ただし、$k \in \{x, z, a\}$）。これは、$k \in \{x, z, a\}$ の上昇に伴う住宅消費の限界効用の変化の大きさを表す。この式を理解するために、近隣住民の住宅とほぼ同じ広さの住宅を消費しようとしている消費者を考えよう。今、近隣住民の住宅がより大きくなった場合を考える。このことは、三つの効果をもつ。第一に、近隣住民の住宅がより大きくなれば、その消費者が消費しようとしている住宅も大きくなることになる。これがその消費者の限界効用に及ぼす効果が、2 行目の最初の項によって表されている。仮定 1 より、この項は負である。これには、考えている消費者自身の住宅が大きくなったことによる住環境改善の効果、すなわち住環境改善の「自己効果」、も含まれている [3]。第二に、近隣住民の住宅が大きくなることは、直接、住環境の改善をもたらす。この効果は、2 行目の第二項が表している。第三に、近隣住民の住宅の大きさは、上述した住環境改善の自己効果に影響する。これは、2 行目の最後の項によって表されている。「交差効果」である第二の効果と第三の効果の正負はどちらとも言えないため、全体の効果の正負も決められない。この研究では、$\lambda(x^0) = 0$ であるとき、自己効果が交差効果を上回るほど十分に大きい状況に議論を限定する。言い換えれば、$\lambda(x) = 0$ を解くような x において、$\lambda(x)$ が右下がりになっている状況を考える。$\mu(\cdot)$ についても同様な状況を考える。

仮定 2

$$\lambda'(x) < 0 \quad \textit{if } x \textit{ solves } \lambda(x) = 0; \quad \textit{and} \quad \mu'(x) < 0 \quad \textit{if } x \textit{ solves } \mu(x) = 0 \tag{15}$$

仮定 1 が満たされる限り、例 2 で議論された住環境の関数は仮定 2 を満たす。この点については後述する。最後に、図 1 は、$\lambda(x)$ と $\mu(x)$ を、それぞれ左方微分曲線および右方微分曲線として描いたものである。どのような x についても $\lambda(x) \geq \mu(x)$ であるため、前者は後者の上に来る。

図 1: 左方微分曲線および右方微分曲線

仮定 2 は、$\lambda(x) = 0$ が、多くても一つだけ解をもつことを含意する。この解を r の関数として、$\bar{x}(r)$ と表すことにしよう。同様に、$\mu(x) = 0$ の唯一の解を $\underline{x}(r)$ と表すことにする。二点、捕捉す

[3] ここで、$\lim_{x \to x^{0-}} v_{11}(x, x^0, r) = \lim_{x \to x^{0-}} \left[\omega^x(x, x^0) - r\omega^z(x, x^0) + \omega^a(x, x^0)\alpha_1(x, x^0) + u_a \alpha_{11}(x, x^0)\right]$ が成立する。角括弧の中の最後の項が、住環境改善の自己効果を表している。

る。第一に、$\lambda(x) \geq \mu(x)$ より、$\underline{x}(r) \leq \bar{x}(r)$ である。第二に、

$$\bar{x}'(r) = \frac{u_z}{\lambda'(x)} < 0 \qquad \text{and} \qquad \underline{x}'(r) = \frac{u_z}{\mu'(x)} < 0 \tag{16}$$

である。また、(13) 式は

$$x^* \in \left[\underline{x}(r^*),\ \bar{x}(r^*)\right] \tag{17}$$

と同値である。(17) 式の区間は、所与の賃料に対し、消費者の選択とコンパティブルな（矛盾しない）住宅の大きさの集合を表す。その意味で、それを「コンパティビリティー集合」とよぼう。図 2 は、x-r 空間に、この集合の下限値と上限値を描いたものである。それぞれ、「下限コンパティビリティー曲線」「上限コンパティビリティー曲線」とよぶことにする。二つの曲線は右下がりである。

図 2: コンパティビリティー曲線とサステイナビリティー曲線

例 2-2

住環境が最小値型関数、(5) 式、で与えられる場合に戻ろう。このタイプの関数については、$\lim_{x \to x^{0-}} \alpha_2(x, x^0) = \lim_{x \to x^{0-}} \alpha_{12}(x, x^0) = 0$ が成立するので、$\lambda'(x^0) = \lim_{x \to x^{0-}} v_{11}(x, x^0, r)$ となる。したがって、仮定 1 が満たされる限り、仮定 2 もまた満たされる。さらに、(13) 式は、

$$-u_a g'(x^*) \leq u_x - r^* u_z \leq 0 \tag{18}$$

となる。ここで、すべての偏微分は $x = x^*$ で評価されている。$\bar{x}(r^*)$ は $u_x - r^* u_z = -u_a g'(x)$ の解であり、$\underline{x}(r^*)$ は $u_x - r^* u_z = 0$ の解である。

次に、均衡の第二の条件である (10) 式を考察しよう。この式は、r^* の関数として x^* を与える。すなわち、

$$x^* = s(r^*) \tag{19}$$

となるような関数 $s(\cdot)$ を考えることができる。この関数は、所与の賃料に対して、消費者に $\bar{u}$ の効用をもたらすような住宅の大きさを与える。もし (x, r) が $x = s(r)$ を満足しないならば、消費者が他地域からその都市に流入してきたり、あるいはその都市から他地域に流出したりする。この意味で、(19) 式は、都市の人口がサステイナブル（維持可能）であることを保証する。

このサステイナビリティー関数 $s(\cdot)$ は増加関数である。このことを見るために、もう一つ、$V(x, r) \equiv v(x, x, r)$ という表記を導入しよう。これは、近隣住民の住宅と同じ大きさの住宅を選択する消費者

が、どれだけの効用を得るかを表す。このとき、

$$s'(r^*) = \frac{x^* u_z}{V_1(x^*, r)} = \frac{x^* u_z}{u_a A'(x^*) + u_x - r^* u_z} > 0 \tag{20}$$

である。分母は、x^* の変化が効用水準に及ぼす影響を表すもので、二つの部分に分解できる。最初の部分、 $u_a A'(x^*)$ は、住環境改善の間接効果を表す。この「住環境改善効果」は正である。二番目の部分、$u_x - r^* u_z$ は直接効果を表す。$\lim_{x \to x^{0+}} \alpha_1(x, x^0) \geq 0$ （(12) 式を見よ）に注意すれば、(13) 式の二番目の不等式より、$(x, z, a) = \big(x^*, y(d) - r^* x^*, \alpha(x^*, x^*)\big)$ においては $u_x - r^* u_z \leq 0$ であることがわかる。つまり、直接効果は非正である。分母の符号はこれら二つの効果の大小関係で決まる。ここで、(3) 式から、$A'(x^*) \geq \lim_{x \to x^{*-}} \alpha_1(x, x^*)$ が成立することに注意しよう。したがって、(13) 式の最初の不等式より、結局、分母は非負であることになる。つまり、 $V_1(x^*, r^*) \geq 0$ であり、住環境改善効果は直接効果以上の力をもつ。それゆえ、サステイナビリティー関数は増加関数である。図 2 は、それを「サステイナビリティー曲線」として、右上がりの曲線で表している。

以上、要約すると、均衡は、(17) 式と (19) 式の両方を満たすペア (x^*, r^*) である。したがって、均衡の集合は、サステイナビリティー曲線の、上限コンパティビリティー曲線と下限コンパティビリティー曲線の間の部分になる。ここで、上限コンパティビリティー曲線と下限コンパティビリティー曲線はどちらも右下がりで、サステイナビリティー曲線は右上がりであることを思い出そう。このことは、サステイナビリティー曲線が、上限コンパティビリティー曲線および下限コンパティビリティー曲線と、それぞれ一度ずつ交わることを意味する。これらの交点を、(x^l, r^l) と (x^u, r^u) で表すことにする（図 2 を見よ)。つまり、(x^l, r^l) は $x^l = \underline{x}(r^l)$ と $x^l = s(r^l)$ から成る連立方程式の解であり、(x^u, r^u) は $x^u = \bar{x}(r^u)$ と $x^u = s(r^u)$ から成る連立方程式の解である。そうすると、均衡の集合は、

$$E \equiv \left\{ (x, r) \middle| x = s(r),\ r \in [r^l,\ r^u] \right\} \tag{21}$$

で与えられることになる。x^l と r^l は、それぞれ、均衡の x と r の下限値であり、 x^u と r^u は、それぞれ、均衡の x と r の上限値である。

集合 E を均衡集合とよぼう。それは、下限コンパティビリティー曲線が常に上限コンパティビリティー曲線の下にある限り、点になることはない。反対に、もし二つのコンパティビリティー曲線が一致すれば、均衡集合は点になる。このことから、以下の定理が導かれる。

定理 1 (複数均衡)

i) どのような x^0 についても、$\alpha(x, x^0)$ が、点 $x = x^0$ で微分可能で <u>ない</u> とする。すなわち、*(2)* 式が不等号で成立するとする。このとき、もし均衡が存在するならば、必ず異なる均衡が同時に存在する。

ii) 反対に、どのような x^0 についても、$\alpha(x, x^0)$ が、点 $x = x^0$ で微分可能で ある とする。すなわち、*(2)* 式が等号で成立するとする。このとき、もし均衡が存在するならば、それはただ一つ存在する。

この定理の後半は、住環境関数が微分可能である限り、住環境の形成が外部性を伴うことを認めるだけでは、複数均衡は現れないことを言っている。つまり、複数均衡が生じるためには、住環境関数は微分不可能でなければならない。

さて、複数均衡が存在する場合を考えよう。このとき、二つの均衡は、同じサステイナビリティー曲線の上にならなければならない。しかし、曲線は右上がりである。したがって、x が大きいときには、r も大きくなっていなければならない。

定理 2 (住宅の大きさと賃料の関係)

所与の d に対して、(x', r') と (x'', r'') がどちらも均衡であるとする。このとき、$x' \left\{ \begin{array}{c} \geqq \\ < \end{array} \right\} x''$ であれば、$r' \left\{ \begin{array}{c} \geqq \\ < \end{array} \right\} r''$ である。

住環境を考慮に入れない通常のモデルでは、効用水準を同一レベルに保つためには、賃料が上がると住宅は小さくならなければならない。しかし、われわれのモデルでは必ずしもそうはならない。より大きい住宅を選択すれば、住環境が改善される。賃料が上昇しても、合成財の消費を減らさなくてはならない効果を住環境改善の効果が凌駕すれば、消費者はより大きい住宅を選択することになるのである。

ここで、社会的厚生にふれておこう。都市に住む消費者だけを考えるのであれば、複数均衡は同一水準の社会的厚生をもたらすことになる。しかし、不在地主まで考慮に入れると、社会的厚生はそれぞれの均衡で異なった水準になる。賃料が高い均衡ほど、厚生の水準は高くなるのである。

次に、立地が均衡の幅にどのような影響を及ぼすか考えよう。われわれのモデルでは、都心からの距離は、消費者の可処分所得 $y(d)$ を通じてのみ、均衡に影響を及ぼす。したがって、 d の変化の影響を調べるには、それに伴う $y(d)$ の変化の影響を見ればよい。

$y(\cdot)$ は連続関数なので、x^l、r^l、x^u、 r^u もまた d の連続関数である。それゆえ、もしある地点で複数均衡が存在するならば、そこから十分に近いところでもまた複数均衡が存在する。このことは、十分に狭い空間を考えれば、地代曲線が正の傾きをもつ可能性がある ことを含意する。これまで多くの研究者がその可能性を議論してきたが（たとえば、Schall (1976), Richardson (1977)、Grieson and Murray (1981)、Tauchen (1981) and Henderson (1985)）、これはそれらとは全く異なる説明である。

さらに、$x^l = \bar{x}(r^l)$ と $x^l = s(r^l)$ を x^l、r^l、$y(d)$ について全微分して得られる二つの式を連立して

解くと、$\mathrm{d}x^l/\mathrm{d}y(d)$ と $\mathrm{d}r^l/\mathrm{d}y(d)$ が得られる。同様に、$x^u = \bar{x}(r^u)$ と $x^u = s(r^u)$ を全微分すると、$\mathrm{d}x^u/\mathrm{d}y(d)$ と $\mathrm{d}r^u/\mathrm{d}y(d)$ が得られる。すなわち、$k \in \{l, u\}$ について、

$$\frac{\mathrm{d}x^k}{\mathrm{d}d} = -t'(d)\frac{\mathrm{d}x^k}{\mathrm{d}y(d)} = -\frac{t'(d)u_z s'(r^k)}{x^k\Gamma^k} \qquad \text{and} \qquad \frac{\mathrm{d}r^k}{\mathrm{d}d} = -\frac{t'(d)}{x^k\Gamma^k}\left(\Gamma^k + u_z\right) \tag{22}$$

を得ることができる。ただし、

$$\begin{cases} \Gamma^l \equiv \mu'(x^l)s'(r^l) - x^l \lim\limits_{x \to x^{l+}} \omega^z(x, x^l, r) - u_z \\ \Gamma^u \equiv \lambda'(x^u)s'(r^u) - x^u \lim\limits_{x \to x^{u-}} \omega^z(x, x^u, r) - u_z \end{cases}$$

である。

まず、x^l と x^u の変化を調べよう。仮定 2 より $\mu'(x^l) < 0$ が成立し、しかも $s'(r^l) > 0$ であるので、もし $\lim\limits_{x \to x^{l+}} \omega^z(x, x^l, r)$ が非負であれば、Γ^l は負である。たとえ $\lim\limits_{x \to x^{l+}} \omega^z(x, x^l, r)$ が負であったとしても、その絶対値が大き過ぎない限り、依然として Γ^l は負である。そのような場合には、$\mathrm{d}x^l/\mathrm{d}d > 0$ である。都心から離れると、均衡の住宅の大きさの下限値は上昇する。均衡の住宅の大きさの上限値についても同様の結果が成り立つ。

次に、r^l と r^u の変化を見よう。$\lim\limits_{x \to x^{l+}} \omega^z(x, x^l, r)$ が非負であるかあるいは正だとしてもその絶対値が十分小さいときは、Γ^l と $\Gamma^l + u_z$ がどちらも負になる。このとき、$\mathrm{d}r^l/\mathrm{d}d < 0$ である。都心から離れると、均衡の賃料の下限値は下落する。均衡の賃料の上限値についても同様の結果が成り立つ。ここで、$\omega^z(x, x^k, r)$ が、所得水準 y が変化したときの住宅消費の限界効用の変化を表すことを思いだそう。上述の結果は以下のように述べることができる。

定理 3 (空間的差異)

所得水準が上がると、住宅消費の限界効用が増大するかあるいはほんのわずか下落するとしよう。そのとき、都心から離れると、均衡の住宅の大きさの下限値と上限値はどちらも上昇し、均衡の賃料の下限値と上限値はどちらも下落する。

これらの結果は、図 2 に示されている。はじめに、サステイナビリティー曲線を見よう。r^* を固定して、(10) 式を x^* と y で全微分すると、

$$\frac{\mathrm{d}x^*}{\mathrm{d}d} = \frac{t'(d)s'(r^*)}{x^*} > 0 \tag{23}$$

となる（ここでは、(20) 式が使われている）。したがって、サステイナビリティー曲線は、d が増大すると上方にシフトする。次に、コンパティビリティー曲線を調べる。$\underline{x}$ は、$\mu(\underline{x}) = 0$ の解である（$\underline{x}$ と $\bar{x}$ は r の関数であるが、以下では記述を明確にするために、その表記を省略する）。この式を d

について全微分すると、

$$\mu'(\underline{x})\frac{\mathrm{d}\underline{x}}{\mathrm{d}d} - t'(d)\lim_{x\to\underline{x}^+}\omega^z(x,\underline{x},r) = 0 \tag{24}$$

が得られる。仮定 2 により $\mu'(\underline{x}) < 0$ であるため、$\lim_{x\to\underline{x}^+}\omega^z(x,\underline{x},r) \geq 0$ である限り、$\mathrm{d}\underline{x}/\mathrm{d}d \leq 0$ が成立する。つまり、d が増大すると、下限コンパティビリティー曲線は左にシフトする。同様にして、

$$\lambda'(\bar{x})\frac{\mathrm{d}\bar{x}}{\mathrm{d}d} - t'(d)\lim_{x\to\bar{x}^-}\omega^z(x,\bar{x},r) = 0 \tag{25}$$

であるため、$\lim_{x\to\bar{x}^-}\omega^z(x,\bar{x},r) \geq 0$ である限り、上限コンパティビリティー曲線もまた左にシフトする。より大きな d に対応する曲線が二つの右下がりの点線で表されている。したがって、もし、$\lim_{x\to\underline{x}^+}\omega^z(x,\underline{x},r) \geq 0$ と $\lim_{x\to\bar{x}^-}\omega^z(x,\bar{x},r) \geq 0$ が成立するのであれば、それぞれのコンパティビリティー曲線とサステイナビリティー曲線の交点は下方に行く。それゆえ、均衡賃料の上限値と下限値は下落するのである。しかし、交点は、左に行くこともあれば右に行くこともある。それは、曲線のシフトの幅の相対的な大きさに依存して決まる。定理 3 は、サステイナビリティー曲線がコンパティビリティー曲線よりも大きくシフトし、結果として交点が右に行くことを示している。それゆえ、住宅の大きさの上限値と下限値はどちらも上昇するのである。

なお、より具体的な関数形のもとで以上の議論がどのようになるかについては、Takahashi (2013) を見よ。

4　結語

この論文は、住宅の大きさと賃料が、消費者の効用最大化の結果どのような水準に決まるかを分析している。消費者の効用は、居住する住宅地の住環境に依存する。この論文では、住環境の中でも、とくに個々の住宅の大きさによって決まるものを考える。代表的なものとして景観があげられる。このとき、もし消費者の選択が住環境に及ぼす影響が非対称的であり、ほんのわずか小さい住宅を選択することによるマイナスの効果が、ほんのわずか大きな住宅を選択することによるプラスの効果を上回っていると、複数均衡が生じる可能性がある。逆に、もし消費者の選択の影響が対称的であれば、複数均衡が生じることはない。

参考文献

[1] Bartik, T. J., Smith V. K., 1987. "Urban amenities and public policy," in Mills, E. S. (ed), *Handbook of Regional and Urban Economics*, vol. 2 *Urban Economics*, 1207-1254. Elsevier Science Publishers, Amsterdam, Netherlands, 1207-1254.

[2] Cho, C.-J., 2001. "Amenities and urban residential structure: An amenity-embedded model of residential choice," *Papers in Regional Science*, 80, 483-498.

[3] Grieson, R. E., Murray, M. P., 1981. "On the possibility and optimality of positive rent gradients," *Journal of Urban Economics*, 9, 275-285.

[4] Kahneman, D., Tversky, A., 1979. "Prospect theory: An analysis of decision under risk," *Econometrica*, 47, 263-291.

[5] Papageorigiou Y. Y., Pines, D., 1999. *An essay on urban economic theory*, Kluwer Academic Publishers, Boston, Massachusetts.

[6] Richardson, H. W., 1977. "On the possibility of positive rent gradients," *Journal of Urban Economics*, 4, 60-68.

[7] Roback, J., 1982. "Wages, rents, and the quality of life," *Journal of Political Economy*, 90, 257-278.

[8] Rosen, S., 1979. "Wage-based indexes of urban quality of life," in Mieszkowski, P., Straszheim, M. (eds.), *Current Issues in Urban Economics*, Baltimore, Maryland, Johns Hopkins University Press, 74-104.

[9] Statistical Bureau of Japan（総務省統計局）, 2003. *Housing and Land Survey*『住宅土地調査』.

[10] Takahashi, T. 2013. "Endogenous determination of a residential landscape: Asymmetric effects of consumers' choices and multiple equilibria," *CSIS Discussion Paper*, 124.

[11] Tauchen, H., 1981. "The possibility of positive rent gradients reconsidered," *Journal of Urban Economics*, 9, 165-172.

[12] Tversky, A., Kahneman, D., 1992. "Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty," *Journal of Risk and Uncertainty*, 5, 297-323.

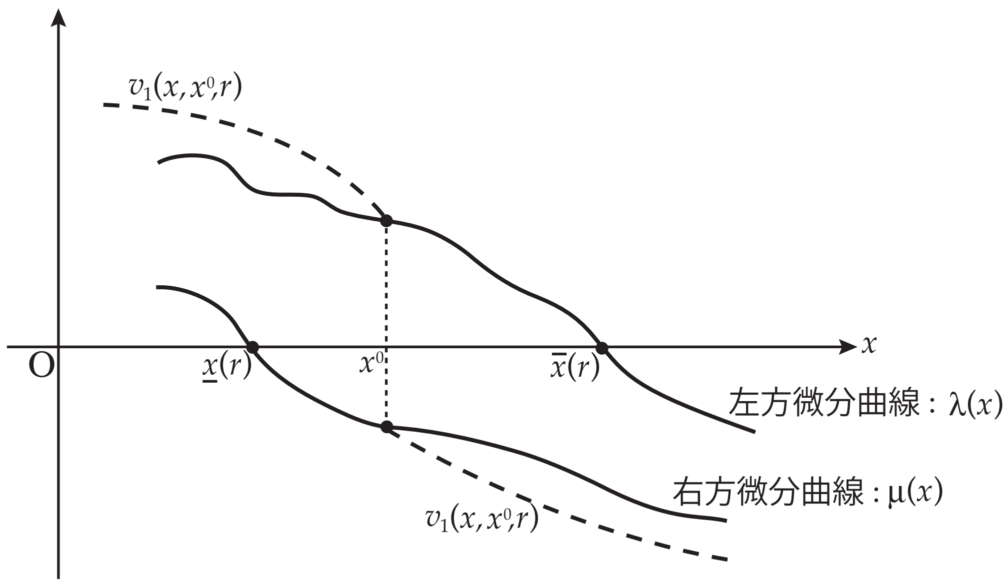

図 1: 左方微分曲線および右方微分曲線

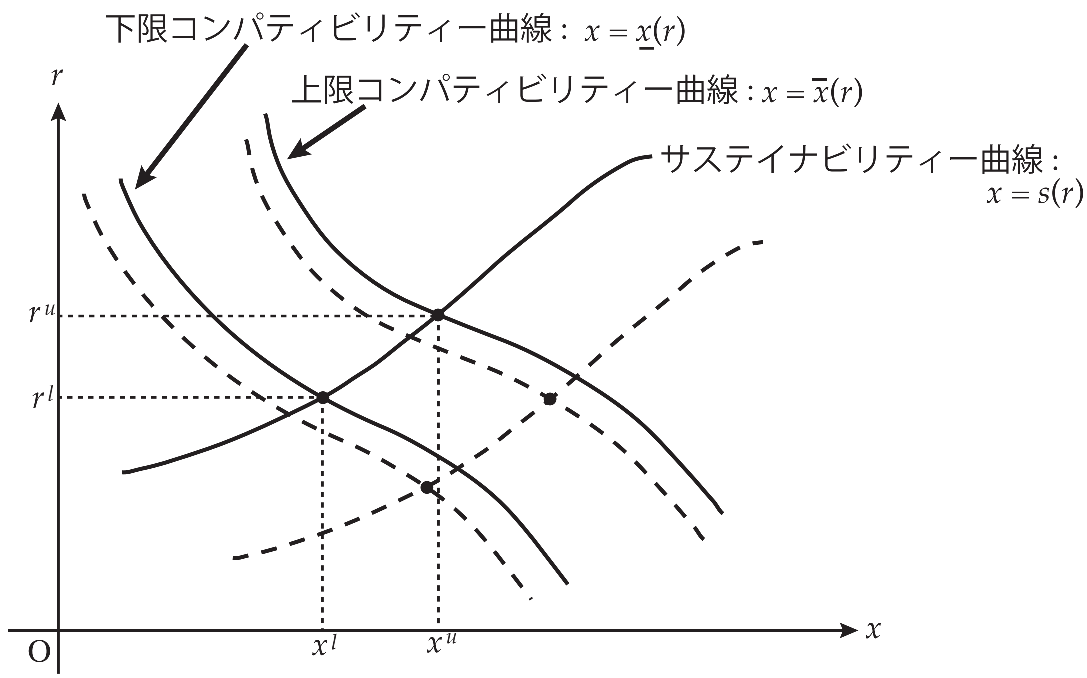

図 2: コンパティビリティー曲線とサステイナビリティー曲線